Baccalauréat Blanc

Session 2017

MATHEMATIQUES

Série S

Durée de l'épreuve : 4 heures

Noté sur 80.

Les calculatrices électroniques de poche sont autorisées,
conformément à la réglementation en vigueur.

Le sujet est composé de 4 exercices indépendants. Le candidat doit traiter tous les exercices.

Dans chaque exercice, le candidat peut admettre un résultat précédemment donné dans le texte pour aborder les questions suivantes, à condition de l'indiquer clairement sur la copie.

Le candidat est invité à faire figurer sur la copie toute trace de recherche, même incomplète ou non fructueuse, qu'il aura développée. Il est rappelé que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

Avant de composer, le candidat s'assurera que le sujet comporte bien 5 pages numérotées de 1 à 5.

Exercice 1 QCM (54 points : bonne réponse +3, réponse fautive -1)

Sur votre copie écrire le N° de la question et la lettre de la bonne réponse choisie (une seule réponse)

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E
1	Donner l'expression de la dérivée de la fonction f $f(x) = (2x^3 + 1)\sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{8x^3 + 1}{\sqrt{x}}$	$f'(x) = (12x^3 + 6x^2) \times \sqrt{x}$	$f'(x) = (8x^3 + 1) \times \sqrt{x}$	$f'(x) = \frac{6x^2}{2\sqrt{x}}$	$f'(x) = \frac{14x^3 + 1}{2\sqrt{x}}$
2	Donner l'expression de la dérivée de la fonction f $f(x) = \frac{2x^2 + 3}{x^2}$	$f'(x) = \frac{4x - 4x^3}{x^4}$	$f'(x) = -\frac{6}{x^3}$	$f'(x) = \frac{4x}{x^4}$	$f'(x) = \frac{4x + 3}{x^2}$	$f'(x) = \frac{4x - 4x^3}{x^4}$
3	La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 120x$ admet un extremum local?	Un maximum local en $x = -\frac{19}{3}$	Pas d'extremum local	Un minimum local en $x = \frac{19}{3}$	Un minimum local en $x = 2\sqrt{10}$ et un maximum local symétrique par rapport à l'origine O.	Un maximum local en $x = -\frac{19}{3}$ et un minimum local en $x = \frac{19}{3}$
4	Soit I milieu de $[AB]$ et M un point de la médiatrice. Que vaut $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{BM}$?	$IM^2 - \frac{1}{4}AB^2$	$AM \times BM$	$IM^2 + \frac{1}{4}AB^2$	$2AM \times BM - AB^2$	$\frac{1}{2}AM \times BM$
5	Soit le carré ABCD de centre O et de côté 2cm Que vaut le produit scalaire $(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}) \cdot \overrightarrow{AB}$	8	4	0	-4	-8
6	Soit la fonction f $f(x) = \frac{(3x - 5)^2}{(2x + 1)^2}$ et la suite $(u_n) : u_n = f(n)$ Que vaut la limite de u_n quand n tend vers $+\infty$?	Elle n'existe pas	$\frac{9}{4}$	$\frac{3}{2}$	-5	$+\infty$
7	Résoudre l'équation sur l'intervalle $] -\pi; \pi]$: $\cos(2x) = \cos(x + a)$ avec $a \in]0; \frac{\pi}{4}[$	$-\frac{2\pi}{3}; -\frac{\pi}{3}; 0;$ $\frac{\pi}{3}; \frac{2\pi}{3}; \pi$	$-\frac{a}{3} - \frac{2\pi}{3}; -\frac{a}{3};$ $a; -\frac{a}{3} + \frac{2\pi}{3}$	$-a - \frac{3\pi}{4};$ $-a - \frac{\pi}{4};$ $a; a + \frac{\pi}{4};$ $a + \frac{3\pi}{4}$	$a - \pi; a - \frac{\pi}{2};$ $a; a + \frac{\pi}{2};$	$-\frac{a}{3} - \frac{2\pi}{3};$ $-\frac{a}{3} - \frac{\pi}{3}; -\frac{a}{3};$ $a; a + \frac{\pi}{3};$ $\frac{a}{3} + \frac{2\pi}{3}$
8	Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme $u_0 = -2$ et de raison 3. Que vaut la somme S_n des $n + 1$ premiers termes de la suite de l'indice 0 à n ?	$S_n = \frac{3n(n + 1)}{2}$	$S_n = 6n(n + 1)$	$S_n = \frac{3n^2 - n - 4}{2}$	$S_n = \frac{2n(n + 1)}{3}$	$S_n = \frac{3n^2 - n - 2}{2}$

N°	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D	Réponse E															
9	Soit la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 2$. Que vaut la somme S_n des $n + 1$ premiers termes de la suite de l'indice 0 à n ?	$S_n = \frac{1 - 2^n}{-1}$	$S_n = \frac{1 - 3^{n+1}}{-2}$	$S_n = \frac{1 - 2^n}{-2}$	$S_n = \frac{1 - 3^{n+1}}{-2}$	$S_n = 3(2^{n+1} - 1)$															
10	Soit la suite (u_n) telle que $u_n = \frac{1}{3}n^3 - n^2 + 3$ Quel est le sens de variation de la suite (u_n) ?	La suite (u_n) est croissante à partir du rang 2	La suite (u_n) est décroissante	La suite (u_n) est décroissante à partir du rang 2	La suite (u_n) est croissante	La suite (u_n) n'est ni croissante ni décroissante.															
11	Donner l'expression de la dérivée de la fonction f $f(x) = \frac{3}{\sqrt{x}}$	$f'(x) = \frac{3\sqrt{x}}{2x}$	$f'(x) = \frac{3\sqrt{x}}{x^2}$	$f'(x) = -\frac{3}{2(\sqrt{x})^2}$	$f'(x) = \frac{-3\sqrt{x}}{2x^2}$	$f'(x) = \frac{-3\sqrt{x}}{2}$															
12	$\sin(x + \pi) \times \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x - \pi) \times \cos\left(x + \frac{3\pi}{2}\right) =$	$1 - 2 \sin^2 x$	-1	0	1	$1 - 2 \cos^2 x$															
13	$\sin(x - \pi) \times \sin(-x) - \cos(-x) \times \cos(\pi - x) =$	$1 - 2 \sin^2 x$	-1	0	1	$1 - 2 \cos^2 x$															
14	$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \times \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(x + \pi) \times \cos\left(x - \frac{3\pi}{2}\right) =$	$1 - 2 \sin^2 x$	-1	0	1	$1 - 2 \cos^2 x$															
15	$(\vec{u}, \vec{w}) - (\vec{v}, \vec{w}) + (\vec{v}, \vec{u}) =$	0	π	$-\pi$	$2(\vec{u}, \vec{v})$	$-2(\vec{u}, \vec{v})$															
16	Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et si $n \geq 1$: $u_{n+1} = u_n + n + 3$	(u_n) est une suite arithmétique	(u_n) est une suite croissante	(u_n) a pour limite 3 quand n tend vers $+\infty$	$u_n = 2 + 3n$ pour tout n de $\mathbb{N}$	$u_3 = 17$															
17		<table border="1"> <thead> <tr> <th>Nombre de jours</th> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> </tr> </thead> <tbody> <tr> <th>Effectif</th> <td>1</td> <td>11</td> <td>25</td> <td>33</td> <td>23</td> <td>7</td> </tr> </tbody> </table>					Nombre de jours	2	3	4	5	6	7	Effectif	1	11	25	33	23	7	
Nombre de jours	2	3	4	5	6	7															
Effectif	1	11	25	33	23	7															
17	Ci dessus, on a relevé le temps de guérison en jours chez 100 personnes enrhumées. Le couple (moyenne;écart type) arrondi à 0,01 près vaut :	(5 ; 2)	(2 ; 5)	(1,13 ; 4,87)	(4,87 ; 1,13)	On ne peut pas savoir															
18																					
18	On considère le diagramme en dessous :	Le minimum est 1	La médiane est 5	Le troisième quartile est 9	L'étendue est 9	L'effectif est 10															

Exercice 2 (8 points :2+2+1+1+2)

On considère un triangle ABC. Soit les points D et E tels que :

$$\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{CA} \text{ et } \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CD}.$$

- 1) Exprimer $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 2) Exprimer $\overrightarrow{EB}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 3) En déduire $\overrightarrow{EB} + \overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EB} - \overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 4) En déduire $EB^2 - AD^2$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- 5) Déterminer une condition nécessaire et suffisante sur les longueurs EB et AD pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

Exercice 3 (10 points :2+1+1+2+1+1+1+1)

Un grand lessivier commercialise son produit pour lave-vaisselle sous forme solide. Les doses se présentent sous forme de parallélépipède rectangle de dimensions x, y et $2x$ en centimètres ($1 \leq x \leq 2$). Chaque lavage nécessite une dose d'un volume d'environ 12 cm^3 .

Pour économiser l'emballage, on cherche à avoir une surface totale minimale.

- 1) Faire un schéma et exprimer y en fonction de x .
- 2) Montrer que la surface totale de ce parallélépipède est $S(x) = 4x^2 + \frac{36}{x}$ pour $x \in [1; 2]$.
- 3) Déterminer le signe de $S'(x)$ en fonction de celui de $x^3 - \frac{9}{2}$.
- 4) Dresser le tableau de variation sur $\mathbb{R}$ de la fonction $u: x \rightarrow x^3 - \frac{9}{2}$.
- 5) En déduire que l'équation $u(x) = 0$ admet une unique solution a dans $[1; 2]$ et en donner une valeur approchée à la calculatrice à 0,1 près.
- 6) En déduire le signe de $u(x)$ suivant les valeurs de x .
- 7) En déduire le tableau de variation de S .
- 8) Quelle valeur de x rend S minimale ?
- 9) Quelles sont les dimensions de la dose correspondante ?

Exercice 4 Une grand-mère généreuse (8 points :1+2+(2+1+2))

À la naissance d'Alban, sa grand-mère dépose sur un compte bancaire 100€ et décide d'augmenter ses versements de 2% à chaque anniversaire. On suppose qu'Alban n'effectue aucun versement ni retrait d'argent sur ce compte et que le compte ne produit aucun intérêt.

Pour tout entier n , on note :

- a_n la somme versée par la grand-mère d'Alban pour son n – ième anniversaire et $a_0 = 100$
- S_n la somme totale disponible sur le compte bancaire d'Alban après son n – ième anniversaire :

$$S_n = a_0 + a_1 + \dots + a_n$$

- 1) Préciser la nature de la suite (a_n) . En déduire l'expression de a_n en fonction de n .
- 2) Montrer que pour tout entier n , $S_n = 5000 \times (1,02^{n+1} - 1)$
- 3) Alban rêve d'acheter une guitare, qui coûte 1999€. Pour savoir à partir de quel âge il pourra se l'offrir, on propose l'algorithme incomplet ci-dessous :

Variables

N : entier

A, S : réels

Traitement

N prend la valeur 0

A prend la valeur 100

S prend la valeur 100

Tant Que
.....

N prend la valeur $N + 1$

A prend la valeur $A \times$
.....

S prend la valeur $S +$
.....

FinTantQue

Afficher
.....

Fin

- a) Que représentent les variables N, A et S ? Compléter les pointillés dans l'algorithme ci-dessus en recopiant l'algorithme complet **sur votre copie**.
- b) En utilisant le résultat de la question 2) et en n'utilisant que les variables N et S , modifier l'algorithme sur votre copie de façon à résoudre le problème posé.
- c) Programmer un des 2 algorithmes précédents, puis indiquer à partir de quel âge Alban pourra s'offrir la guitare.